

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍԻՏՈՒՏ**



ЕФИ-454(61)-80

С.В.ТЕР-АНТОНЯН, А.А.ЧИЛИНГАРЯН,  
Н.С.ЧИЛИНГАРЯН

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА СВЕТОСИЛЫ  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ УСТАНОВОК

**ԵՐԵՎԱՆ 1981 ԵՐԵՎԱՆ**

ЕФИ-454(61)-80

УДК.518:53.087.9

С.В.ТЕР-АНТОНЯН, А.А.ЧИЛИНГАРЯН,

Н.С.ЧИЛИНГАРЯН

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА СВЕТОСИЛЫ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ УСТАНОВОК

В работе рассматриваются численные и аналитические методы расчета светосилы экспериментальных установок. Проводится анализ сходимости алгоритмов. Алгоритмы реализованы на языке Фортран-Дубна. Приложены инструкции для пользователя ЭВМ-БЭСМ-6. В качестве примера рассчитаны светосилы установок высокогорной станции Арагац.

Ереванский физический институт

Ереван 1980

EQM-454(6I)-80

A.A.CHILINGARIAN, N.S.CHILINGARIAN,  
S.V.TER-ANTONIAN

NUMERICAL METHODS OF CALCULATION OF EXPERIMENTAL  
INSTALLATION GATHERING POWER

Numerical and analytical methods of experimental installation gathering power calculation are considered. The analysis of numerical algorithms is carried out. The algorithms are developed in FORTRAN-DUBNA and operated on the BESM-6 computer, the user's instructions enclosed. The gathering powers of experimental installations allocated on the Aragats mountain are calculated.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1980

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-454(61)-80

С.В.ТЕР-АНТОНЯН, А.А.ЧИЛИНГАРЯН,  
Н.С.ЧИЛИНГАРЯН

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА СВЕТОСИЛЫ  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ УСТАНОВОК

Ереван 1981

© Ереванский физический институт, 1980

### Постановка задачи

Большой класс экспериментальных установок, регистрирующих космические лучи, предназначен для изучения энергетического спектра  $\mu$  - мезонов и адронов. Восстановление параметров спектра по числу зарегистрированных частиц (обратная задача) сводится к решению семейства интегральных уравнений.

При выборе метода решения этого семейства следует учесть экспериментальные функции разрешения прибора (магнитного спектрометра, ионизационного калориметра): а) энергетического —  $W_E(E, E') dE$  — вероятность частице с энергией  $E$  быть зарегистрированной в интервале  $[E' \div E' + dE']$  или вероятность частице с энергией  $E$ , дать энерговыделение  $E'$ ; б) углового —  $-W_\theta(E, \theta, \theta') d\theta'$  — вероятность зарегистрировать частицу, идущую под зенитным углом  $\theta$ , в интервале  $[\theta' \div \theta' + d\theta']$  при энергии (энерговыделении)  $E'$ ; в) эффективность регистрации —  $W_B(E, R)$  — вероятность зарегистрировать событие типа  $B$  ( $B$  — некоторое условие, например — 4 — кратное совпадение от сцинтилляционного телескопа, или толчок  $\geq n$  — частиц в  $\geq K$  рядах калориметра); в общем случае  $W_B$  зависит от траектории частицы и локализации каскада.

Уравнение, связывающее число зарегистрированных за время  $\Delta t$  частиц, обладающих энергиями в интервале  $[E_i^j \div E_{i+1}^j]$  и зенитными углами  $[\theta_j^j \div \theta_{j+1}^j]$ , с дифференциальной интенсивностью  $J(\theta, E)$ , имеет вид:

$$N_{ij} = T \int_{E_{\min}}^{\infty} \int_{E_i^j}^{E_{i+1}^j} \int_{\Omega} \int_{\Omega} J(E, \theta) W_E(E, E') W_\theta(E, \theta, \theta') W_\theta(E, \vec{R}) d\vec{S} dE d\theta d\Omega, \quad (I)$$

$$i = 1, 2, \dots, k$$

$$j = 1, 2, \dots, l$$

где  $k$  – число энергетических интервалов,

$l$  – число зенитных интервалов,

$S, \Omega$  – области интегрирования по объему установки – 4-мерное пространство сложной конфигурации:

$\vec{\Omega} = \vec{\Omega}(\vec{H}(R_i), \vec{R}_k, \vec{R}_e, E, \dots)$ ,  
 $\vec{H}$  – напряженность магнитного поля,  $R_i, R_k, R_e$  – локализации магнитных полей, областей непрозрачности, детекторов.

$\hat{d}\vec{S}$  – единичный вектор в направлении траектории частицы,  
 $d\vec{S}$  – вектор, нормальный поверхности детектора и равный по модулю  $dx dy$ .

Наличие статистических ошибок, неизбежных при определении функций  $W_E$ ,  $W_\theta$  и  $W_\theta$ , приводит к отсутствию у уравнения (I) корректного решения.

Обычно дифференциальную интенсивность можно факторизовать  
 $J(E, \theta) = J_1(E) \cdot J_2(\theta)$ ,  
где зенитная зависимость  $J_2(\theta)$  предполагается известной. В

в этом случае уравнение (I) можно привести к виду уравнения Фредгольма I рода, имеющего хорошо разработанные методы решения [1,2], среди которых можно отметить итерационный алгоритм Таракко [3].

Учитывая —  $n_{ij} = N_{ij}/T$ ,  $n_i$  — скорость счета, перепишем (I) в виде:

$$n_{ij} = \int_{E_{min}}^{\infty} J_1(E) G_{E_i' \theta_j'}(E) dE, \quad (2)$$

$$G_{E_i' \theta_j'}(E) = \int_s \int_{\Omega} \int_{E_i' \theta_j'} \int J_2(\theta) W_E W_\theta W_B \hat{d}S d\Omega d\theta' dE'. \quad (3)$$

Вычислив значение светосилы (эффективной светосилы)  $G_{E_i' \theta_j'}$ , и решив семейство интегральных уравнений (2), получим оценку дифференциальной интенсивности  $J_1(E)$ , точность которой определяется видом зенитно-энергетического разбиения, набранной статистикой, значениями функций  $W_E$ ,  $W_\theta$ ,  $W_B$  и точностью их определения. Функции  $W_E$ ,  $W_\theta$ ,  $W_B$  полностью определяются параметрами экспериментальной установки и методикой обработки. Для определенности положим:

$$W_E(E; E') = \delta(E - E'), \quad K_\theta(E, \theta, \theta') = \delta(\theta - \theta').$$

Учитывая,  $\hat{d}S = ds \cdot \cos \theta$ ,  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ , полагая  $J_2(\theta) = \cos^\beta(\theta)$ ,  $W_B(E, \vec{R}) = W_B(\vec{R})$ , и просуммировав по зенитно-энергетическим интервалам ( $i, j$ ), получим (3) в виде:

$$G(E) = \frac{1}{\beta+2} \int_s \int_0^{2\pi} W_B(\vec{R}) dS d\varphi \cos^{\beta+2}(\theta) \quad (4)$$

В случае изотропной интенсивности ( $\rho = 0$ ) вместо термина "светосила" применяют термин "геометрический фактор":

$$\Gamma(E) = \frac{1}{2} \iiint W_B(\vec{R}) dS d\varphi d\cos^2(\theta). \quad (5)$$

Для установки, состоящей из двух параллельных детекторов, интеграл (4) можно упростить и получить простую формулу для численного интегрирования [4] :

$$G = H \iint_{S_1, S_2} \frac{dS_1 dS_2}{r^{p+4}} \approx \lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} H \sum_{i=1}^{M_1} \sum_{j=1}^{M_2} \frac{\Delta S_i \Delta S_j}{r_{ij}^{p+4}}, \quad (6)$$

где  $H$  - расстояние между детекторами;

$S_1, S_2$  - площади детекторов;  $\Delta S'_i$ ,  $\Delta S'_j$  - площадки, на которые делятся детекторы,  $M$  - число разбиений.

$r_{ij}$  - расстояние между площадками  $\Delta S'_i$  и  $\Delta S'_j$ .

Монте-Карло(М-К) алгоритм расчета светосилы.

Аналитический расчет параметрических интегралов (4) и (5) приводит к весьма громоздким выражениям даже для очень простых установок [5]. Так как целью работы была разработка алгоритма для расчета светосилы реальных экспериментальных установками был выбран М-К алгоритм.

В этом случае вся область интегрирования заключается в нормировочный объем  $D$ , вводится алгоритмически вычисляемая функция  $A(S, \Omega)$ , содержащая в себе информацию относительного расположения значимых элементов установки, тогда -

$$G = \int_D A(S, \Omega) W_B(\tau) \hat{\tau} d\vec{S} d\Omega. \quad (7)$$

Значение функции  $A$  равно 1, если функциональная связь между её переменными такова, что обеспечивается выполнение условия  $B$ , и нулю в противоположном случае. Функция  $A$  вычисляется следующим образом:

С помощью датчика случайных чисел генерируется случайный вектор  $(X_i, Y_i, \Psi_i, \Theta_i)$ , где  $X_i, Y_i$  – координаты пересечения траектории  $(\Theta_i, \Psi_i)$  с I детектором, и проверяется прохождение частицы фиксированной энергии через установку. При этом единичная константа умножается на эффективность области, через которую проходит траектория, и при занулении этой константы или нарушении условия  $B$  дальнейшее рассмотрение прекращается и генерируется новое событие. Оценку интеграла (7) получаем в виде:

$$G = \frac{D}{N} \sum_{i=1}^N A_i(\omega, s) W_B(\vec{R}). \quad (8)$$

Точность оценки (8) зависит от отношения удачных проб к общему числу проб  $N$ . Поэтому нормировочный объем  $D$  надо сделать как можно ближе к области интегрирования:

$$D = 2\pi \cdot S \cdot (1 - \cos^{\beta+2}(\theta_{max})) / (\beta+2), \quad (9)$$

где  $S$  – площадь I детектора,  $\theta_{max}$  – граничный зенитный угол, при превышении которого частицы заведомо не регистрируются.

$\theta_{max}$  можно определить экспериментально, взяв начальное значение  $\theta_{max} = \pi/2$ , и исследовав гистограмму зенитных углов "зарегистрированных" траекторий.

$\theta_{max}$  и, следовательно  $D$  зависят, в общем случае, от энергии  $E$ .

При реализации алгоритма основное внимание уделялось требованиям универсальности, минимальности машинного времени, простоте пользования. Вводимыми параметрами программы являются: число детекторов, карты эффективностей детекторов, координаты детекторов относительно оси установки и т.д. (приложение I,2). По желанию можно проводить гистограммирование характеристик потока "зарегистрированных" частиц.

### Результаты расчетов

Для проверки алгоритма численного интегрирования желательно выбрать тип установки, допускающий точное аналитическое решение. В этом случае легко проверить критерий устойчивости сходимости, при выполнении которых машинное решение можно считать решением исходной задачи [6].

В таблицах I и 2 приведены расчеты светосилы двухдетекторной установки размерами  $I \times I \times I$  м, выполненные методами численного интегрирования (8) и (6). Для сравнения приводится аналитический расчет, проведенный согласно методике [7]. Все три методики дают совпадающие с точностью 0,1% результаты. Для проверки сходимости алгоритмов расчеты выполнялись при различном числе статистических испытаний  $N$ , и при различных величинах площадок  $\Delta S_1, \Delta S_2$  ( $M$  - число разбиений сторон детекторов).

Устойчивость решения проверялась расчетами с использованием различных случайных последовательностей (см.рис. I). Выборочные дисперсии (объем выборки 10) значений светосилы уменьшались по мере сходимости алгоритма. Треугольником на рис. I отмечено значение светосилы, вычисленное по приближенной формуле [7]

$$G \cdot \frac{\sqrt{S}}{g+1} \left[ \left( 1 - \frac{1}{(1+S/\sqrt{H^2})^{(g+1)/2}} \right) + \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{1}{(1+4S/\sqrt{H^2})^{(g+1)/2}} \right) \right]. \quad (10)$$

Пунктирной линией – аналитический расчет. Точность формулы (10) ~10% при  $\sqrt{S} > H$ , и достигает 3% при  $\sqrt{S} \leq H/2$  ( $S$  – площадь детектора,  $H$  – расстояние между детекторами).

С помощью алгоритма (6) вычислялся геометрический фактор Арагацского магнитного спектрометра [8] и установки "Пион" (ионизационный калориметр с РПИ детекторами [9]).

На рис.2 показана зависимость геометрического фактора от энергии при 100% эффективности сцинтилляционного телескопа, и с учетом карты эффективностей.

На рис.4 приведена гистограмма проекций на ось  $Y$  точек пересечения имитированных траекторий с плоскостью I детектора сцинтилляционного телескопа. ( $X, Y$  координаты детектора относительно оси установки  $-0,5; 0,5; -0,3, 0,7$ ).

В таблице 3 приведена светосила ионизационного калориметра вместе с системой РПИ детекторов с учетом и без учета областей непрозрачности для двух значений показателя зенитно-углового спектра при минимальном 4-кратном значимом толчке  $P$ .

В заключение авторы выражают благодарность В.В.Авакяну, Т.Л.Асатиани, Э.А.Мамиджану за большой интерес к работе и полезные обсуждения, Л.И.Козлинеру за предоставление данных по измерению эффективности сцинтилляционного телескопа, Б.Т.Солдашян за помощь в подготовке данных для счета на ЭВМ.

## Приложение I

### Инструкция пользователя программы SV

Программа предназначена для расчета светосилы экспериментальных установок методом Монте-Карло (М-К). Программа написана на языке Фортран-Дубна (версия 16.07.73 г.).

Параметрами программы являются количество детекторов, при срабатывании которых запускается установка, карты эффективностей каждого детектора, количество и карты напряженностей магнитных полей, интервалы изменения зенитных и азимутальных углов падающего потока частиц, зенитная зависимость спектра - в виде показателя степени косинуса  $\rho$ :  $J(\theta) = \cos^\rho(\theta)$ , дискретные значения энергии частиц и требуемая точность вычислений.

Имеется возможность вывода на 100-канальную гистограмму параметров зарегистрированных траекторий - распределений зенитных, азимутальных и проекционных углов, распределение проекций траекторий на плоскость любого детектора.

Все значимые плоскости установки кодируются специальными кодами. Если код плоскости "1" - то это входная плоскость магнитного поля, "2" - означает, что соответствующий детектор разделен на зоны с различной эффективностью "0" - детектор без разделения на зоны.

Области непрозрачности можно описать как зоны с нулевой эффективностью.

Максимально возможное число детекторов -20, каждый детектор можно разделить на 12 зон с различными эффективностями регистрации. Плоскость магнитного поля можно разделить на 12 зон с различными напряженностями.

## Подготовка данных и последовательность их ввода

Для удобства пользования, ввод информации (кроме первых двух карт) осуществляется с помощью библиотечной подпрограммы UREAD , что позволяет не придерживаться определенных форматов ввода, а вводить произвольные числа, разделяя их запятыми. После последнего числа также надо поставить запятую.

1. Вводимая карта массива информации: количество вариантов расчета светосилы целое число от 1 до 10, показывающее для скольких различных установок будет рассчитываться светосила. Количественное описание элементов установки - 4 целых числа, показывающих число детекторов, число областей на которые они делятся, число магнитных полей, число областей на которые они делятся. В случае отсутствия магнитных полей и отсутствия деления на зоны - вводятся нули.

Первые две карты вводятся в формате I2 - это означает, что на бланке каждая цифра должна занимать 2 позиции.

3. X и Y координаты детекторов относительно оси установки.  
Последовательность ввода такова (рис.3): C1(1), C2(1), D1(1), D2(1), C1(2), C2(2), D1(2), D2(2),...C1(N), C2(N), D1(N), D2(N).

4. Номера детекторов.

5. Z - координаты детекторов.

6. Карта, на которой последовательно расположены: начальная энергия, конечная энергия, приращение к начальной энергии, количество статистических испытаний, число дублей т.е.число повторов одного и того же варианта, для получения статистических характеристик оценок, показатель спектра зенитной зависимости, знак

заряда частицы, интервал азимутальных углов, наименьший азимутальный угол, косинус граничного зенитного угла, номер детектора, проекции траектории на которые гистограммируются, код количества выводимых гистограмм: целое число от 1 до 7, если он равен "1" – выводятся все гистограммы, если "7"-ни одной.

Последовательность вывода гистограмм такова:

- а) распределение азимутальных углов,
  - б) распределение проекционных азимутальных углов, т.е. проекции азимутального угла на плоскость магнитного отклонения,
  - в) распределение проекций траектории на I-ый детектор (Х - У проекции),
  - г) распределение проекционных зенитных углов.
  - д) распределение зенитных углов,
7. Координаты зон различной эффективности – аналогично координатам, детекторов, порядок следования зон произволен,
8. Эффективности регистрации зон детектора в той же последовательности, в которой описаны зоны. Эффективность – число в интервале (0 +1). Если разбиение на зоны не проводится, карты 7 и 8 не вводятся и эффективность соответствующего детектора принимается равной 100%.

9. Координаты разбиения плоскости магнитного поля на зоны различной напряженности , порядок следования зон произволен,

10. Напряженность магнитных полей последовательно для каждой магнитной плоскости. В случае отсутствия магнитных полей, карты 9 и 10 не вводятся.

Все геометрические размеры вводятся в метрах, напряженности полей в килогауссах, действительные числа оканчиваются точкой. Аналогично подготавливаются данные для следующего ва-

рианта, кроме карты I.

Запись числовых массивов начинается с первой позиции бланка; если массив не помещается в одной строке бланка, запись продолжается на следующей строке. Расчет светосилы установки средней сложности с числом статистических испытаний  $10^5$  занимает ~ 2 минуты счетного времени ЭВМ БЭСМ-6.

## Приложение 2

### Инструкция пользователя программы SV-TEST

Программа SV-TEST предназначена для сравнения различных методик расчета светосилы. Программа написана на языке Фортран-БЭСМ (версия от 16.07.73 г.).

Расчеты выполняются для двухдетекторных установок различной конфигурации – прямоугольной, круговой и комбинированной (круг – прямоугольник).

Светосила рассчитывается аналитическими и численными методами.

Используется формула Sullivan [5] для расчета геометрического фактора круговых цилиндров:

$$G = \frac{1}{2} \pi^2 [R_1^2 + R_2^2 + l^2 - \{(R_1^2 + R_2^2 + l^2)^2 - 4R_1^2 R_2^2\}^{1/2}] ,$$

и формула (10) для светосилы кубических систем.

Из численных методов используется метод Монте-Карло и метод замены интегрирования суммированием по плоскостям детекторов (6).

Одновременно можно рассчитать светосилу указанных трех типов установок для различных расстояний между детекторами и для различных показателей спектра падающего излучения.

Существует возможность описания зон "непрозрачности" на плоскостях детекторов.

Возможен расчет светосилы нескольких различных установок без повторения загрузки программы.

#### Подготовка данных и последовательность ввода

Все карты, кроме первой, вводятся бесформатно, запись на бланке производится с первой позиции, все числа разделяются запятыми, после последнего числа также ставится запятая, действительные числа оканчиваются точкой, если у них нет дробной части. Если числовой массив не разместился в одной строке бланка (72 позиции), его продолжают на следующей строке.

1. Вводимая карта - количество вариантов установок - целое число вводится в формате I2, т.е. должно занимать 2 позиции на бланке.
2. X и Y координаты детекторов относительно о и установки - последовательность ввода XI(I), X2(I), YI(I), Y2(I), XI(2), X2(2), YI(2), Y2(2). XI(I), YI(I) - меньшие X и Y координаты первого детектора, параметры цикла изменения расстояния между детекторами. Наименьший показатель спектра, наибольший показатель, приращение показателя. Количество статистических испытаний, количество зон непрозрачности на втором детекторе. Количество частей, на которые делятся стороны детекторов для подсчета интегральных сумм - 4 числа. Радиусы круговых цилиндров, код обхода проверки зон непрозрачности и абсолютная интенсивность падающего спектра.
3. Массив расстояний между детекторами.
4. X и Y координаты зон непрозрачности на втором детекторе. Порядок описания зон безразличен, порядок записи координат аналогичен порядку при описании детекторов.

Таблица 1

$\frac{S}{M}$	5	10	30	50	[7]	(10)
0	0.6355	0.6257	0.6280	0.6278	0.6277	0.6699
1	0.5778	0.5716	0.5699	0.5647	0.5695	0.5992
2	0.5286	0.5223	0.5205	0.5203	0.5201	0.5408
3	0.4863	0.4800	0.4782	0.4779	0.4801	0.4918

Светосила системы  $I_x I_x I$   $m^3$  [стераад.  $m^2$ ]. Расчет по формуле (6).

Таблица 2

$\frac{S}{N}$	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$	[7]
0	0.6185	0.6257	0.6266	0.6272	0.6277
1	0.5745	0.5702	0.5677	0.5702	0.5695
2	0.5095	0.5177	0.5215	0.5207	0.5201
3	0.4809	0.4792	0.4810	0.4781	0.4817

Светосила системы  $I_x I_x I$   $m^3$ . [стераад.  $m^2$ ] М-К расчет (8)

Таблица 3

$P = 4$	Калориметр	Калориметр + РПМ детект.	С учетом областей непрозрачн.
$\rho = 7$	7.83	2.45	2.18
$\rho = 5$	10.22	2.68	2.38

Светосила при 4-кратном значимом толчке [ $m^2 \cdot ster$ ]

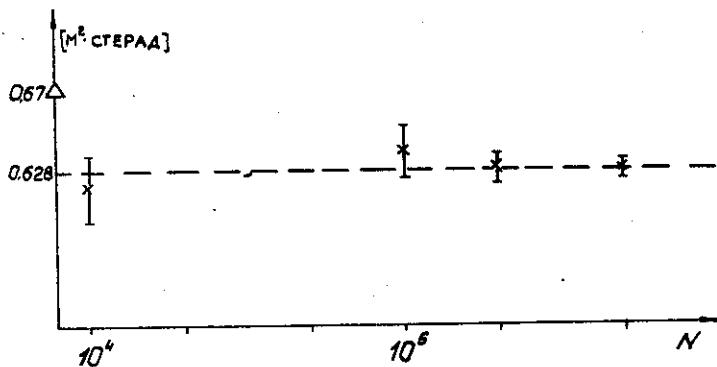


Рис.1

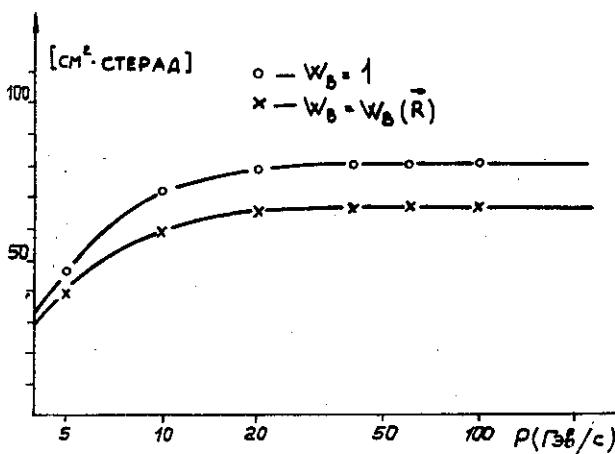


Рис.2

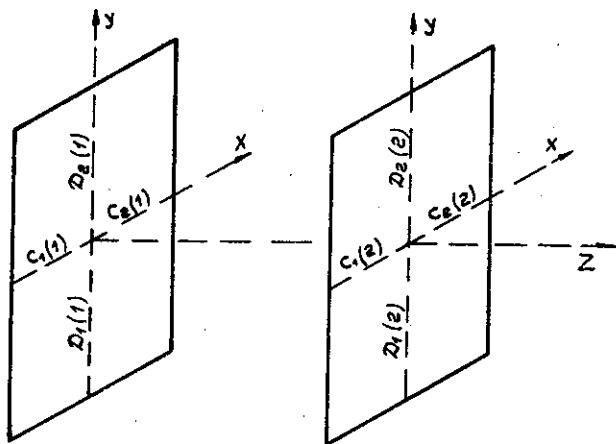


Рис.3

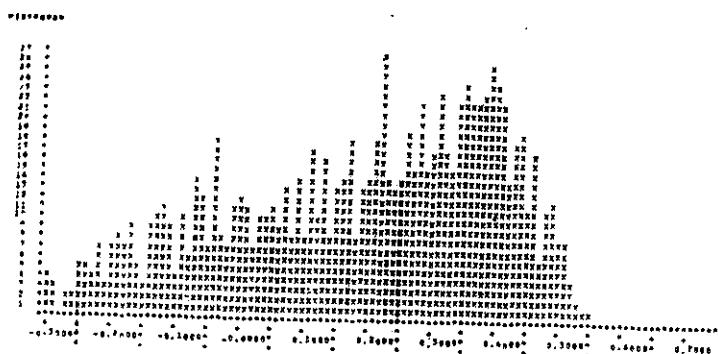


Рис.4

### ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

- Рис.1 Результаты М-К расчета геометрического фактора системы детекторов  $I \times I \times I$  м<sup>3</sup>.
- Рис.2 Энергетическая зависимость геометрического фактора Арагацского магнитного спектрометра.
- Рис.3 Координатная система, используемая в М-К программе расчета светосилы.
- Рис.4 Гистограмма проекций пересечения траекторий с I детектором

## ЛИТЕРАТУРА

1. Китаев В.Я., Рогов А.В., Абрамов А.И. Научное сообщение ФЭИ-916, Обнинск 1979.
2. Абрамов А.И. и др. Основы экспериментальных методов ядерной физики, М.Атомиздат, 509, 1977.
3. Таракко М.З. Научное сообщение ФЭИ-156, Обнинск 1969.
4. C.R.Cillespie, Rev.Sci. Instr, 41, p.42, 1970
5. J.D.Sullivan, NIM, 95, .5, 1971
6. Молчанов Д.К. Научное сообщение Института кибернетики , 79-5 , Киев 1979.
7. D.Stern, Nuovo Cim, Sup., 2, 16, p.153, 1960
8. Асатиани Т.Л. и др., Изв.АН СССР сер.Физ. 44, 3, 1980.
9. Авакян В.В. и др. Изв.АН СССР сер.Физ. 44 3, 1980.

Рукопись поступила 6-го ноября 1980 г.

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ №

БФ-05491

Тираж 299

Препринт ЕФИ

Формат издания 60 х 84/16

Подписано в печати 14/1-81г. 2,0 уч.изд.л. Ц. 14 к.

---

Издано Отделом научно-технической информации  
Ереванского физического института, Ереван-36, пер. Маркаряна 2

индекс 3624

24